

eine Abbildung aus  $M$  in  $\mathbf{N}$  gegeben, die den Sachverhalt modelliert, daß mit jeder einzelnen Maschine  $E_1$  Einheiten des Erzeugnisses im Intervall  $[t_0, t_1]$  hergestellt werden können. Diese Abbildung besteht aus Paaren natürlicher Zahlen  $(k, kE_1)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , wobei  $k$  Urbild oder Original und  $kE_1$  Bild ist. Der Definitionsbereich dieser Abbildung ist gleich der Menge  $M$ , während der Wertebereich gleich derjenigen Teilmenge der natürlichen Zahlen ist, die die Zahlen  $kE_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , enthält.

*Beispiel 8.4:* Es sei  $M$  die Menge aller geordneten Paare  $P = (x_1, x_2)$  der Abbildung aus Beispiel 8.2. Dann ist durch

$$z = 6x_1 + 5x_2 \quad (8.2)$$

mit  $(x_1, x_2) \in M$  eine Abbildung  $A \subseteq M \times R^1$  gegeben, deren Definitionsbereich durch  $M$  gegeben und deren Wertebereich eine Teilmenge von  $R^1$  ist. Sie besteht aus allen denjenigen geordneten Paaren  $(P, z)$ , für die  $P = (x_1, x_2) \in M$  ist und  $z$  nach der Formel (8.2) berechnet worden ist. Mit anderen Worten, die Originale dieser Abbildung sind alle die Paare  $P = (x_1, x_2)$ , deren Zahlen die Ungleichung (8.1) erfüllen, während die Bilder dieser Abbildung gewisse reelle Zahlen sind.

- \* *Aufgabe 8.7:* Jeder der folgenden Sachverhalte soll zu einer Abbildung modelliert werden. Dabei sind auch Definitionsbereich, Wertebereich, Originale und Bilder näher zu beschreiben.

a) Von einer Ware stehen  $Q$  Mengeneinheiten zum Verkauf bereit. Beim Verkauf einer Mengeneinheit der Ware wird ein Erlös von  $p$  Geldeinheiten erzielt. Der Erlös wird in Abhängigkeit von der Anzahl  $q$  der verkauften Mengeneinheiten ermittelt ( $q = 1, 2, \dots, Q$ ).

b) In einem geschlossenen Behälter mit konstantem Volumen befindet sich ein Gas, das Temperaturschwankungen im Bereich von  $T_1$  bis  $T_2$  unterworfen wird. Der Druck des Gases wird in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen.

- \* *Aufgabe 8.8:* Man gebe Definitionsbereich, Wertebereich, Originale und Bilder der Abbildungen  $A_1$  und  $A_2$  aus Beispiel 8.3 an.

Bei der Lösung der Aufgabe 8.7 war es sicher etwas schwierig, alle Elemente der Abbildungen in möglichst kompakter Weise anzugeben. Das ist eine Schwierigkeit, die allgemein für Mengen und damit auch für Abbildungen gilt. Es ist manchmal gar nicht möglich und häufig sehr umständlich, alle Elemente einer Abbildung aufzuschreiben. Das gleiche Problem ist uns schon bei Mengen begegnet und wurde dort mit Hilfe von Aussageformen gelöst. Da Abbildungen nichts anderes als gewisse Mengen sind, verwenden wir hier die Ergebnisse von Abschnitt 7.1. Dabei ergibt sich, daß eine Abbildung  $A \subseteq M \times N$  aus allen denjenigen geordneten Paaren  $(x, y)$  mit  $x \in M$  und  $y \in N$  gebildet wird, für die eine Aussageform  $p_A(x, y)$  zu einer wahren Aussage wird. Dabei ist  $p_A(x, y)$  eine Aussageform, die die Abbildung  $A$  charakterisiert. Dieser Sachverhalt wird von uns im weiteren kurz so geschrieben:

$$A = \{(x, y) \mid x \in M \wedge y \in N \wedge p_A(x, y)\}. \quad (8.3)$$

Unter Aussageformen sollen ganz allgemein im weiteren Formulierungen verstanden werden (vgl. Abschnitt 3.2. sowie auch die Formeln (7.1), (7.2)), die sowohl in verbaler als auch mathematischer Form gegeben sein können. Als Beispiel einer verbal formulierten Aussageform  $p_A(G, V)$  sei genannt: „Zwischen der Gießerei  $G$  und dem Verbraucher  $V$  gibt es vertragliche Beziehungen“ (vgl. Aufgabe 8.1).