Als Symbole für Funktionen werden neben f häufig kleine lateinische Buchstaben $f, g, h, \ldots$ verwendet. Aber auch $F, G, H, \ldots, \varphi, \psi, \ldots, \Phi, \Psi, \ldots$ sind gebräuchliche Symbole für Funktionen. Entsprechend werden Definitions- bzw. Wertebereich mit $D_g, D_h, \ldots$ bzw. $W_g, W_h, \ldots$ usw. bezeichnet.

Funktionen im Sinne von Definition 9.1 sind eindeutige Abbildungen und stellen daher Spezialfälle des Funktionsbegriffes aus Abschnitt 8.4. (siehe Definition 8.6) dar. Ihre Spezifik liegt darin, daß der Wertebereich eine Teilmenge der reellen Zahlen ist und $D_f \subseteqq R^1$ bzw. $D_f \subseteqq R^n$ gilt. Diese mengentheoretische Auffassung der Funktion findet man heute bereits in einer Reihe von Publikationen. Unseren Zielen genügt jedoch im wesentlichen die Definition 9.1, d. h. die ursprüngliche Auffassung der Funktion als eine Zuordnungsvorschrift für $x \in D_f \subseteqq R^n$.

Die weiteren Darlegungen dieses Abschnittes beziehen sich vorrangig auf Funktionen einer Variablen. Diese Einschränkung hat hier keine prinzipielle Bedeutung; sie wird nur vorgenommen, um in der Darlegung Einfachheit und Geschlossenheit zu erreichen.

Mit den folgenden Beispielen weisen wir auf die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten der Funktionen hin (vgl. Abschnitt 9.8.).

Beispiel 9.2: Bezeichnet man mit x den Radius und mit l die Länge der Peripherie eines Kreises, so gilt bekanntlich

$$l = 2\pi x, \quad x > 0. \tag{9.7}$$

Beispiel 9.3: Eine Spiralfeder wirkt dem Versuch, sie in Längsrichtung auszudehnen, mit einer gewissen Kraft k entgegen. Experimente haben gezeigt, daß die Kraft k im Rahmen gewisser Grenzen direkt proportional zur Ausdehnung x der Feder ist: $k \sim x$. Es gibt nun für jede Feder eine spezifische Konstante c derart, daß gilt

$$k = cx, \quad 0 \leqq x \leqq b. \tag{9.8}$$

Beispiel 9.4: Für den in Beispiel 8.1 betrachteten ökonomischen Sachverhalt ergibt sich die Funktion (vgl. auch (8.5))

$$E = E_1 x, \quad x \in \{1, 2, \ldots, m\}. \tag{9.9}$$

Zu diesen Beispielen sei bemerkt, daß die Zuordnungsvorschriften in (9.7), (9.8) und (9.9) im Prinzip gleich sind, obwohl sie Sachverhalte zum Ausdruck bringen, die völlig unterschiedlichen Bereichen der objektiven Realität angehören. Gleichzeitig möchten wir jedoch betonen, daß die durch (9.7), (9.8) und (9.9) definierten Funktionen selbst dann voneinander verschieden sind, wenn zufällig $2\pi = c = E_1$ gelten würde. Das folgt daraus, daß die Definitionsbereiche dieser Funktionen verschieden sind.

An dieser Stelle erscheint es uns nun geboten, darauf hinzuweisen, daß man Funktionen erweitern bzw. Erweiterungen von Funktionen betrachten kann.

Definition 9.2: *Die Funktion* **D.9.2**

$$y = g(x), \quad x \in D_g$$

heißt **Erweiterung** *der Funktion*

$$y = f(x), \quad x \in D_f,$$

wenn gilt:

1. $D_f \subset D_g$ *und*
2. $f(x) = g(x)$ *für alle* $x \in D_f$.