

gilt; entsprechend heißt sie **ungerade**, wenn statt (9.37)

$$f(-x) = -f(x) \quad \text{für alle positiven } x \in D_f \quad (9.38)$$

gilt. Der Funktionswert $f(0)$ ist für beide Fälle uninteressant.

Als Beispiel sei hier die Funktion

$$y = x^n, \quad x \in R^1,$$

genannt. Sie ist für gerade Zahlen n selbst gerade und für ungerade Zahlen n ungerade.

D.9.10 Definition 9.10: Eine Funktion $y = f(x)$, $x \in D_f$, heißt **periodisch** mit der Periode λ , wenn λ eine positive Zahl ist, mit der die Identität

$$f(x + \lambda) = f(x) \quad (9.39)$$

für alle diejenigen $x \in D_f$ erfüllt ist, für die auch gleichzeitig $x + \lambda \in D_f$ gilt. Dabei wird die kleinste positive Zahl λ , mit der (9.39) gilt, **primitive Periode** genannt.

Periodische Funktionen ergeben sich bei der mathematischen Modellierung physikalischer Erscheinungen. So läßt sich z. B. die Bewegung gewisser Pendel durch solche Funktionen beschreiben. In der Technik treten periodische Funktionen ebenfalls auf, und zwar im Zusammenhang mit Schwingungsprozessen. Aber auch in der Ökonomie gibt es Erscheinungen, deren mathematische Beschreibung zu periodischen Funktionen führt (vgl. Lagerhaltungsproblem in [2]).

Abschließend wollen wir dem Praktiker noch einen konkreten Anhaltspunkt dafür geben, wo die Vielzahl der genannten Eigenschaften u. U. benötigt wird. Bei der Durchführung von Experimenten und bei statistischen Erhebungen ergeben sich u. a. Meß- und Zeitreihen. Dabei ist es häufig wünschenswert, sie durch formelmäßige Darstellung für alle x aus einem gewissen Intervall I zu ersetzen. Eine Methode dazu wird in Abschnitt 4.3. von Band 4 dargelegt. Sie setzt aber voraus, den Typ der Funktion vorher auszuwählen. Eben dazu muß man solche Eigenschaften wie Beschränktheit, Monotonie, Konvexität u. a. beachten. Mit der Differentialrechnung wird in Band 2 eine Methode bereitgestellt, mit deren Hilfe man die genannten Eigenschaften für eine große Klasse von Funktionen einfach nachprüfen kann.

9.4. Grundfunktionen einer Variablen

Die Darlegungen über die Grundfunktionen sind sehr kurz gehalten. Wir müssen hier einfach voraussetzen, daß über solche Fragen wie: Was ist eine Potenz, was ist eine Wurzel, was ist ein Logarithmus, wie sind Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens definiert, Klarheit besteht und die Grundgesetze der Potenz-, Wurzel- und Logarithmenrechnung beherrscht werden sowie einige trigonometrische Umformungen bekannt sind. Für eine Wissensauffrischung verweisen wir auf die Literatur (siehe z. B. [5] und Band V dieser Reihe). Daher besteht das Anliegen dieses Abschnittes nur darin, wichtigste Angaben über einige Funktionenklassen zusammenzustellen.

1. Potenzfunktionen f :

$$y = x^\mu, \quad x \in D_f, \quad (9.40)$$

wobei μ eine beliebige, fixierte reelle Zahl ist. Der Definitionsbereich D_f dieser Funktion hängt ab von dem konkreten Wert von μ . Ist μ eine positive ganze Zahl, $\mu = n$, so