Die in diesem Beispiel gewählte Darstellung mit Hilfe von Punktmengen ist äußerst anschaulich und in der Mengenlehre allgemein als Hilfsmittel sehr verbreitet.

(3) Für eine beliebige Universalmenge M gilt, wie man sich mit Hilfe von Definition 7.6 leicht überlegen kann:

$$\bar{M} = \emptyset, \qquad \bar{\emptyset} = M, \qquad \bar{M} = \{x \mid x \in M \wedge x \notin M\} = \emptyset.$$

Aufgabe 7.1: Mit A sei die Menge der reellen Lösungen der Ungleichung $|x + 1| \leqq \frac{x}{2} + 2$ bezeichnet. Universalmenge sei die Menge **R** der reellen Zahlen (siehe Fußnote S. 77). Ermitteln Sie A und $\bar{A}$! *

7.3. Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen

Die Bildung von *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Differenz von Mengen* bedeutet, gewisse Mengen miteinander zu neuen Mengen zu verknüpfen. Diese auch für Anwendungen außerordentlich wichtigen Verknüpfungen wollen wir sowohl verbal als auch formelmäßig definieren. Außerdem werden wir sie uns veranschaulichen, indem wir äquivalente ebene Punktmengen (Mengen von Punkten in einer Ebene) benutzen. Zwei Mengen sind dabei äquivalent, wenn es eine umkehrbar eindeutige Zuordnung zwischen den Elementen der beiden Mengen gibt.

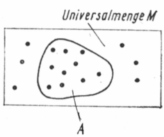

Bild 7.2.
Darstellung einer endlichen Menge, bestehend aus 10 Elementen mit Hilfe einer äquivalenten Punktmenge

Eine Menge läßt sich dann in einer Ebene veranschaulichen, indem man sie durch eine geschlossene Linie umfaßt. Eine solche Darstellung nennt man häufig *Venn-Diagramm* (Bild 7.2). Zeichnet man keine Punkte innerhalb einer geschlossenen Linie aus, so meint man die Menge aller Punkte, die innerhalb und auf der Begrenzungslinie liegen.

7.3.1. Vereinigungsmenge

Definition 7.7 *(Vereinigungsmenge): Unter der* **Vereinigung** $A \cup B$ *zweier Mengen A und B versteht man die Menge aller Elemente, die mindestens einer der beiden Mengen A oder B angehören:* D.7.7

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}. \tag{7.6}$$

Bemerkung: Stellen wir uns A und B durch Aussageformen $a(x)$ und $b(y)$ mit X, Y als Variablenbereiche erzeugt vor, so können wir schreiben:

$$A \cup B = \{z \mid (z \in X \wedge a(z)) \vee (z \in Y \wedge b(z))\}. \tag{7.7}$$