In Übereinstimmung damit, daß in (10.1) $n = 1, 2, \ldots$ gilt, wird $a_1$ das erste, $a_2$ das zweite, ..., $a_i$ das *i-te Glied* usw. der Zahlenfolge (10.1) genannt. Dementsprechend schreibt man (10.1) mitunter auch ausführlicher als

$$a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots \tag{10.2}$$

Damit ist für Zahlenfolgen gegenüber den Abbildungen i. allg. noch ein Merkmal charakteristisch (jedoch nicht unbedingt erforderlich): ihre Zahlenpaare $(n, a)$ bzw. kurz $a_n$ sind in der Reihenfolge der Werte von $n$ angeordnet.

Wir nennen zwei einfache Vertreter von Zahlenfolgen.

*Beispiel 10.1:*

1. Es seien $a$ und $d$ zwei beliebige reelle Zahlen, $d \neq 0$. Die Folge

$$\{a_n\}, a_n = a + (n - 1)\, d,$$

lautet in der ausführlichen Schreibweise (10.2)

$$a, \quad a + d, \quad a + 2d, \ldots, \quad a + (n - 1)\, d, \ldots$$

Sie wird *arithmetische Zahlenfolge* genannt und ist dadurch charakterisiert, daß die Differenz zweier beliebiger benachbarter Glieder konstant ist: $a_{j+1} - a_j = d$, $j = 1, 2, \ldots$

2. Es seien $a$ und $q$ zwei beliebige reelle, von Null verschiedene Zahlen. Die Folge

$$\{a_n\}, a_n = aq^{n-1},$$

lautet in der ausführlichen Schreibweise (10.2)

$$a, aq, aq^2, \ldots, aq^{n-1}, \ldots$$

Sie wird *geometrische Zahlenfolge* genannt und ist dadurch charakterisiert, daß der Quotient zweier beliebiger benachbarter Glieder konstant ist:

$$\frac{a_{j+1}}{a_j} = q, \quad j = 1, 2, \ldots$$

Als weiteren speziellen Vertreter der Zahlenfolgen nennen wir die *alternierende Folge*. Für sie ist charakteristisch, daß benachbarte Glieder jeweils unterschiedliche Vorzeichen besitzen:

$$\operatorname{sgn} a_j = -\operatorname{sgn} a_{j+1}, \text{ was gleichbedeutend mit } a_j a_{j+1} < 0, \quad j = 1, 2, \ldots, \text{ ist.}$$

*Beispiel 10.2:* Wenn in der geometrischen Folge $q < 0$ ist, so erhält man eine alternierende Folge. Tatsächlich, es gilt nämlich in diesem Falle

$$a_j a_{j+1} = a^2 q^{2j} q^{-1} < 0, \quad j = 1, 2, \ldots$$

*Aufgabe 10.1:* Man schreibe die ersten 5 Glieder der geometrischen Folge *

$$\{a_n\}, \quad a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n,$$

auf.

*Aufgabe 10.2:* Der bekannte Wettlauf zwischen Achilles und der Schildkröte kann * etwa dadurch charakterisiert werden, daß Achilles doppelt so schnell läuft wie die Schildkröte und diese zu Beginn einen Vorsprung von $l$ Metern besitzt. Den weiteren Wettlauf zerlegt man häufig (vgl. [12]) in folgende Phasen: in der ersten Phase legt