3.4: 1. Für jede natürliche Zahl $x \geqq 1$ gilt: Wenn x durch 2 teilbar ist, so ist x keine Primzahl (falsch, denn $x = 2$ ist durch 2 teilbar und Primzahl). 2. Für jede natürliche Zahl $x \geqq 1$ gilt: Wenn x nicht durch 2 und nicht durch 3 teilbar ist, dann ist x eine Primzahl (diese Aussage ist falsch). 3. Für jede natürliche Zahl $x \geqq 1$ gilt: Wenn x eine Primzahl ist, so ist x nicht durch 2 und nicht durch 3 teilbar (falsch, denn $x = 3$ ist Primzahl und durch 3 teilbar). 4. Für jede natürliche Zahl $x \geqq 1$ gilt: x ist genau dann durch 2 und durch 3 teilbar, wenn x durch 6 teilbar ist (richtig). 5. Es existiert eine natürliche Zahl $x \geqq 1$ so, daß, wenn x nicht durch 2 und nicht durch 3 teilbar ist, x eine Primzahl ist (richtig, zum Beispiel $x = 5$).

3.5: a) Wir bezeichnen mit x eine Variable, deren Bereich die Menge $X = \{0, 1, 2, \ldots\}$ der natürlichen Zahlen und mit y eine Variable, deren Bereich die Menge $Y = \{1, 2, 3, 5, 7, \ldots\}$ der Primzahlen ist. Dann gilt für unsere Aussage p, $p = (\forall x)\,(\exists y)\; y > x$. b) Es sei x eine Variable, deren Bereich X die Menge der reellen Zahlen ist. Dann gilt für die verbal formulierte Aussage q, $q = (\forall x)\; x^2 > 0$, und deren Verneinung $\bar{q}$ wird $\bar{q} = (\exists x)\; x^2 \leqq 0$ (q ist falsch, $\bar{q}$ wahr).

4.1: Wir beweisen die Richtigkeit von $\bar{q}_1 \to \bar{p}$. (Der Beweis von $\bar{q}_2 \to \bar{p}$ verläuft entsprechend.) Da P_4 außerhalb K liegt, existiert ein Punkt P_4', der auf K und $\overline{P_1P_4}$ liegt. Nach dem Peripheriewinkelsatz gilt für den Winkel bei P_4': $\alpha = \beta'$. Wir betrachten das Dreieck $P_2P_4'P_4$. Nach dem Außenwinkelsatz gilt $\beta' > \beta$, und somit ist $\alpha > \beta$. Also gilt $\bar{p} =$ „$\alpha \neq \beta$", was zu beweisen war (Bild L.4.1).

4.2: Tabelle: de Morgansche Regeln

p	F	W	F	W
q	F	F	W	W
$s = \bar{p} \vee \bar{q}$	W	W	W	F
$t = p \wedge q$	F	F	F	W
$u = \overline{p \wedge q}$	W	W	W	F
$u \leftrightarrow s$	W	W	W	W

p	F	W	F	W
q	F	F	W	W
$s = \bar{p} \wedge \bar{q}$	W	F	F	F
$t = p \vee q$	F	W	W	W
$u = \overline{p \vee q}$	W	F	F	F
$u \leftrightarrow s$	W	W	W	W

4.3: Wir konstruieren die Wahrheitstabelle für die der logischen Schlußfigur entsprechende Aussagenverbindung

$$(\bar{q} \wedge (\bar{q}_1 \to \bar{p}) \wedge (\bar{q}_2 \to \bar{p})) \to (\bar{q} \to \bar{p}) \quad \text{mit} \quad \bar{q} = \text{entweder } \bar{q}_1 \text{ oder } \bar{q}_2:$$

p	F	W	F	W	F	W	F	W
q_1	F	F	W	W	F	F	W	W
q_2	F	F	F	F	W	W	W	W
$\bar{q}_1$	W	W	F	F	W	W	F	F
$\bar{q}_2$	W	W	W	W	F	F	F	F
$\bar{q} =$ entweder $\bar{q}_1$ oder $\bar{q}_2$	F	F	W	W	W	W	F	F
$s = \bar{q}_1 \to \bar{p}$	W	F	W	W	W	F	W	W
$t = \bar{q}_2 \to \bar{p}$	W	F	W	F	W	W	W	W
$u = \bar{q} \wedge s \wedge t$	F	F	W	F	W	F	F	F
$v = \bar{q} \to \bar{p}$	W	W	W	F	W	F	W	W
$u \to v$	W	W	W	W	W	W	W	W

4.4: Die Gleichung $\sqrt{x + 2 + \sqrt{2x + 7}} = 4$ besitze die reelle Lösung x. Dann ist x auch Lösung von $x + 2 + \sqrt{2x + 7} = 16$ und damit auch von $\sqrt{2x + 7} = 14 - x$. Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind $x_1 = 21$, $x_2 = 9$. Die Überprüfung zeigt, daß $x_1 = 21$ die Ausgangsgleichung nicht erfüllt, sondern lediglich $x_2 = 9$. Also ist $x_2 = 9$ einzige Lösung.

4.5: Für $n = 3$ gilt $2^3 = 8 > 2 \cdot 3 + 1 = 7$ (Induktionsanfang). Für festes k, $k \geqq 3$, sei nun $2^k > 2k + 1$ erfüllt (Induktionsannahme). Dann ist $2^{k+1} > 2(k + 1) + 1$ zu beweisen. Es gilt: