Die Exponentialfunktionen (9.46) sind alle konvex; für $0 < a < 1$ sind sie streng monoton fallend, dagegen für $1 < a$ monoton wachsend.

Eine Sonderstellung nimmt in der Klasse der Funktionen (9.46) diejenige ein, die sich für $a = \mathrm{e}$ ergibt, wobei e eine Konstante (auch Wachstumskonstante genannt) ist (e deutet auf den Anfangsbuchstaben von Euler hin). Ihr Wert beträgt 2,718 281 828 4 ... Diese Funktion ergibt sich im Zusammenhang mit gewissen Wachstums- und Zerfallsprozessen (vgl. Band 7/1, Abschnitte 1.2.1. und 2.3.2.).

3. *Logarithmusfunktionen*

$$y = \log_a x, \quad x \in (0, +\infty); \tag{9.47}$$

hierbei setzen wir voraus, daß a eine fixierte reelle Zahl mit den Eigenschaften $a > 0$ und $a \neq 1$ ist. Die Funktionen (9.46) und (9.47) nehmen gegenseitig die Rolle von Umkehrfunktionen ein (vgl. Bild 9.8), d. h. es gilt

$$\log_a a^x = x, \quad x \in (-\infty, +\infty). \tag{9.48}$$

Die Logarithmusfunktionen (9.47) sind für $0 < a < 1$ streng monoton fallend und konvex, für $1 < a$ dagegen streng monoton wachsend und konkav (vgl. Bild 9.8).

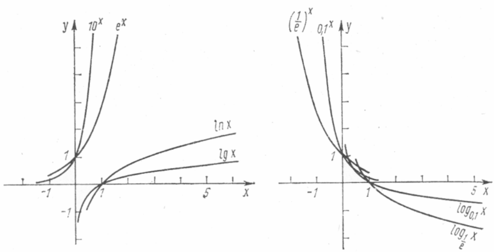

Bild 9.8. Exponential- und Logarithmusfunktionen

Für numerische Untersuchungen werden besonders folgende drei Arten von Logarithmusfunktionen herangezogen:

$a = 10$:	$\lg x = \log_{10} x$	(Briggsscher Logarithmus)
$a = 2$:	$\operatorname{lb} x = \log_2 x$	(binärer Logarithmus)
$a = \mathrm{e}$:	$\ln x = \log_{\mathrm{e}} x$	(natürlicher Logarithmus)

Die Werte dieser Funktionen findet man in Tabellen (siehe z. B. [4]).

Die Logarithmusfunktionen besitzen eine Reihe von Eigenschaften. Zwei davon seien hier genannt:

$$\log_a x_1 x_2 = \log_a x_1 + \log_a x_2, \quad \text{wenn} \quad x_1, x_2 > 0,$$
$$\log_a x^\mu = \mu \log_a x, \quad \text{wenn} \quad x > 0.$$

4. *Trigonometrische Funktionen*

$$y = \sin x, \quad x \in (-\infty, +\infty), \tag{9.49}$$

$$y = \cos x, \quad x \in (-\infty, +\infty), \tag{9.50}$$

$$y = \tan x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \tag{9.51}$$

$$y = \cot x, \quad x \neq k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{9.52}$$