Diese Funktionen sind periodisch, wobei $y = \sin x$ und $y = \cos x$ die primitive Periode 2π haben, während die primitive Periode der beiden letzten Funktionen gleich π ist (vgl. Bild 9.9 und 9.10).

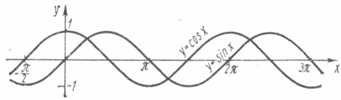

Bild 9.9.
Sinus- und Kosinusfunktion

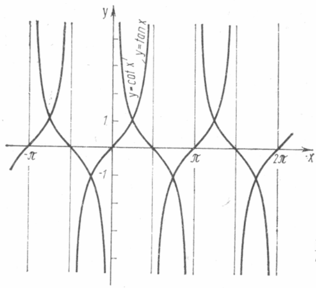

Bild 9.10.
Tangens- und Kotangensfunktion

5. Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen (auch *Arkusfunktionen* genannt)

$$\begin{aligned} &y = \arcsin x, \quad x \in [-1, 1]; && y = \arccos x, \quad x \in [-1, 1]; \\ &y = \arctan x, \quad x \in (-\infty, +\infty); && y = \operatorname{arccot} x, \quad x \in (-\infty, +\infty). \end{aligned} \tag{9.53}$$

Zu diesen Funktionen und ihren Bezeichnungen sind einige Bemerkungen notwendig. Man sieht aus den Bildern 9.9 und 9.10 sofort, daß die trigonometrischen Funktionen nicht eineindeutig sind. Deshalb existieren zwar Umkehrabbildungen für sie, diese sind jedoch keine Funktionen. Wie kommt man dennoch zu der globalen Bezeichnung Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen? Man betrachtet hierzu die trigonometrischen Funktionen nur in solchen Intervallen, in denen sie eineindeutig sind. Hierzu wählt man z. B.

$$f_{1k}: \ y = \sin x, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$f_{2k}: \ y = \cos x, \quad x \in [k\pi, \pi + k\pi], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$f_{3k}: \ y = \tan x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$f_{4k}: \ y = \cot x, \quad x \in (k\pi, \pi + k\pi), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots .$$

Bei fixiertem k ist nun jede der Funktionen f_{ik} $(i = 1, 2, 3, 4)$ eineindeutig (vgl. Bild 9.9 und 9.10) und besitzt daher eine Umkehrfunktionen f_{ik}^{-1}. Unter den Funktionen (9.53) versteht man nun speziell die Umkehrfunktion f_{i0}^{-1} $(i = 1, 2, 3, 4)$. Sie sind in den Bildern 9.11a und 9.11b dargestellt; außerdem zeigen diese Bilder noch f_{11}^{-1} sowie f_{31}^{-1} und f_{41}^{-1}.