Das Rechnen im Dualsystem ist äußerst einfach. So besteht das „kleine Einmaleins" lediglich aus vier Multiplikationen:

$$0 \cdot 0 = 0, \quad 0 \cdot \mathrm{L} = 0, \quad \mathrm{L} \cdot 0 = 0 \quad \text{und} \quad \mathrm{L} \cdot \mathrm{L} = \mathrm{L}.$$

Jedoch entsprechen den Zahlen in diesem System sehr lange unübersichtliche Ausdrücke. Einer 12-stelligen Dezimalzahl entspricht eine 40-stellige Dualzahl, die im übrigen nur „Nullen" und „Einsen" enthält. Dies ermöglicht eine Verwendung des Dualsystems im täglichen Umgang praktisch nicht.

* *Aufgabe 5.3:* Schreiben Sie bei Verwendung von L (Eins) und 0 (Null) als Ziffern des Dualsystems

a) 27 und 53.625 als Dualzahlen und

b) LL0L0.0L0 und L0LL0LLL0LL.LLLLL als Dezimalzahlen.

5.2. Rechnen mit Ungleichungen und absoluten Beträgen

5.2.1. Ungleichungen

Das Rechnen mit Ungleichungen beruht auf den Grundgesetzen der Arithmetik (siehe 5.1.2., insbesondere II.2, III.4. und V.5.). In diesem Abschnitt sollen einige weitere Regeln für das Rechnen mit Beziehungen, in denen die Zeichen $<$, $>$, $\leqq$, $\geqq$ vorkommen, abgeleitet werden. Die zahlreichen Beispiele berücksichtigen die zu beachtenden Besonderheiten beim Umgang mit Ungleichungen. Die verwendeten Zahlen $a, b, c, \ldots$ sind reell.

Es gelten folgende Regeln

1. Aus $a \leqq b$ und $a \geqq b$ folgt $a = b$.
   Die Zeichen $\leqq$ und $\geqq$ sind im Sinne vom ausschließenden „oder" zu verstehen. Entweder ist $a < b$, oder es ist $a = b$, beides ist nach II.1. gleichzeitig nicht möglich. Wenn also beide Voraussetzungen gelten sollen, so kann nur $a = b$ sein.
2. Aus $a + c < b + c$ folgt $a < b$.
   Zum Nachweis addieren wir auf beiden Seiten der Ausgangsungleichung nach III.4. den Wert $(-c)$.
3. Aus $a \cdot c < b \cdot c$ und $c > 0$ folgt $a < b$.
   Denn wir können beide Seiten der Ausgangsungleichung nach V.5. mit $\frac{1}{c}$ multiplizieren.
4. Aus $a < b$ und $c < d$ folgt $a + c < b + d$,
   kurz: $(a < b \wedge c < d) \rightarrow a + c < b + d$,
   d. h., gleichgerichtete Ungleichungen können addiert werden.

   Beweis: Aus $a < b$ folgt wegen III.4. $a + c < b + c$,
   aus $c < d$ folgt ebenso $b + c < b + d$
   und somit wegen II.2. die Behauptung. ■

   Zu beachten ist, daß man gleichgerichtete Ungleichungen nicht ohne weiteres subtrahieren darf, wie folgendes Beispiel zeigt (dabei wird die in der zweiten Zeile stehende Ungleichheit jeweils von der ersten abgezogen):

$$\begin{array}{c} 3 < 5 \\ 1 < 2 \\ \hline 2 < 3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 3 < 5 \\ 1 < 3 \\ \hline 2 = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 3 < 5 \\ 1 < 4 \\ \hline 2 > 1 \end{array}$$