6.4.3. Kombinationen mit Wiederholung

Treten in den Kombinationen Elemente mehrfach auf, so spricht man von Kombinationen mit Wiederholung von n Elementen zu je k.

S.6.9 **Satz 6.9:** *Die Anzahl der Kombinationen mit Wiederholung von n Elementen zu je k ist*

$$C_{w_n}^k = \binom{n+k-1}{k}. \tag{6.25}$$

Der Beweis kann durch vollständige Induktion nach k geführt werden, wobei Formel (6.22) angewendet wird.

Beispiele 6.10:

1. Bei einem Wurf mit 2 bzw. 3 Würfeln sind $C_{w_6}^2 = \binom{7}{2} = 21$ bzw. $C_{w_6}^3 = \binom{8}{3} = 56$ Zahlenkombinationen möglich.
2. Wird bei einer Stichprobe von k aus n Produkten das geprüfte Produkt wieder zurückgelegt, so kann es eventuell mehrfach untersucht werden. Die Anzahl der Auswahlmöglichkeiten ist jetzt $C_{w_n}^k$.

6.5. Übersicht zu den Grundaufgaben der Kombinatorik

1. Permutationen ohne Wiederholung

$$P_n = n!. \tag{6.8'}$$

2. Permutationen mit Wiederholung

$$P_{w_n}^{(n_1, \ldots, n_k)} = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}, \qquad n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n. \tag{6.11}$$

3. Variationen ohne Wiederholung (Zusammenstellung von n Elementen zu je k mit Berücksichtigung der Anordnung)

$$V_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} k!. \qquad 1 \leqq k \leqq n.$$

(6.12), (6.13)

4. Variationen mit Wiederholung

$$V_{w_n}^k = n^k. \tag{6.14}$$

5. Kombinationen ohne Wiederholung (Zusammenstellung von n Elementen zu je k ohne Berücksichtigung der Anordnung)

$$C_n^k = \binom{n}{k}, \qquad 1 \leqq k \leqq n. \tag{6.17}$$

6. Kombinationen mit Wiederholung

$$C_{w_n}^k = \binom{n+k-1}{k}. \tag{6.25}$$