Definitionsbereich dieser Funktion besteht – ausgehend von den konkreten Bedingungen der Variablen d, r, R – aus der Menge aller der (d, r, R), für die $d, r, R > 0$ und außerdem $d > R + r$ gilt.

9.22: Beim Verkauf der x_i ME des Erzeugnisses E_i wird ein Gewinn von $c_i x_i$ erzielt. Daher ergibt sich für den Gesamtgewinn g die Funktion $g = f(x_1, x_2, \ldots, x_k) = \sum_{i=1}^{k} c_i x_i$, wobei der Definitionsbereich aus gewissen geordneten k-Tupeln natürlicher Zahlen $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ besteht.

9.23: Die vom Punkt beschriebene Kurve ist bereits in Bild 9.21 dargestellt. Diesem Bild entnimmt man die Beziehungen $x = \overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB}$ und $y = \overline{AP_A} = R + \overline{CP_A}$, woraus nach entsprechenden geometrischen Überlegungen folgende Parameterdarstellung für die Kurve folgt: $x = R\alpha - r\sin\alpha$, $y = R - r\cos\alpha$; $\alpha \in R^1$.

9.24: Wir nennen hier zwei Beispiele: die Gewichtsskala auf handelsüblichen Küchenwaagen und die Temperaturskala auf Bade-, Zimmer- und Fieberthermometer.

9.25: Unter Benutzung der in Bild 9.24 dargestellten Funktionsleiter findet man nach Addition bzw. Subtraktion entsprechender Strecken $c \approx 5{,}4$ km sowie $a \approx 5{,}8$ m. Für das dritte Dreieck muß man zunächst die Umformung $b \approx \sqrt{67^2 - 26^2} \approx 10\sqrt{6{,}7^2 - 2{,}6^2}$ vornehmen. Danach findet man $\sqrt{6{,}7^2 - 2{,}6^2} \approx 6{,}2$, womit $b \approx 62$ m folgt. Analog ergibt sich für das letzte Dreieck $c = 500$ m.

9.26: Da für $x \in [1, 10]$ die Abschätzungen $0 \leqq \lg x \leqq 1$ folgen, haben wir als Maßstabsfaktor $l_x = 125$ mm zu wählen. Analog zu Beispiel 9.16 bestimmen wir nun aus der Forderung $0{,}5$ mm $\leqq \lambda \leqq 1{,}25$ mm die verschiedenen Unterteilungsintervalle. Dazu müssen x und Δx so gewählt werden, daß $0{,}5 \leqq 125 \lg \frac{x + \Delta x}{x} \leqq 1{,}25$ gilt. Hieraus ergeben sich die Unterteilungsintervalle

$$0{,}86 \leqq x \leqq 2{,}16 \quad \text{für} \quad \Delta x = 2 \cdot 10^{-2}, \qquad 2{,}15 \leqq x \leqq 5{,}4 \quad \text{für} \quad \Delta x = 5 \cdot 10^{-2},$$
$$4{,}3 \leqq x \leqq 10{,}8 \quad \text{für} \quad \Delta x = 10^{-1}.$$

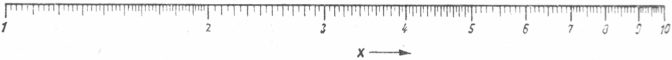

Bild L.9.4

Hält man sich näherungsweise an diese Intervalle, so ergibt sich die in Bild L.9.4 dargestellte Funktionsleiter. Die obigen Intervalle kann man auch mit Hilfe entsprechender Tabellen ermitteln. Da aus $\lg x_3 = \lg x_1 \pm \lg x_2$ die Beziehung $x_3 = x_1 x_2^{\pm 1}$ folgt, kann die konstruierte Funktionsleiter zur Multiplikation bzw. Division von Zahlen angewendet werden.

9.27: Es liegt nahe, eine Verbindung zwischen dieser Aufgabe und dem Beispiel 9.17 zu suchen. Vertauscht man dort die Rolle der Variablen, so erhält man $x = y^2$, $0 \leqq y \leqq 7$, wobei $0 \leqq x \leqq 49$ gilt. Das ist gleichbedeutend mit $y = \sqrt{x}$, $0 \leqq x \leqq 49$. Damit würde der Abschnitt $0 \leqq x \leqq 36$ der in Beispiel 9.17 konstruierten Funktionsleiter bereits die gewünschte Leiter darstellen, wenn er die geforderte Länge von etwa 100 mm hätte. Dieser Abschnitt ist aber (siehe Bild 9.26) nur 72 mm lang. Also muß er noch auf 100 mm „gestreckt" werden. Das wird konstruktiv unter Verwendung des aus der elementaren Geometrie bekannten Strahlensatzes gemacht (siehe Bild L.9.5).

9.28: Für $x \in [1{,}300]$ folgt $0 \leqq \lg x \leqq 2{,}4771$. Daher ergibt die Forderung, daß die x-Funktionsleiter etwa 60 mm lang werden soll, für den Maßstabsfaktor $l_x \approx \frac{60}{2{,}4771}$ mm. Wir setzen also $l_x = 25$ mm. Bild L.9.6 zeigt das gewünschte Funktionspapier.

10.1: $a_1 = -\frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1}{4}$, $a_3 = -\frac{1}{8}$, $a_4 = \frac{1}{16}$, $a_5 = -\frac{1}{32}$.