Quotient ist, bei dem im Nenner das Produkt von 1 bis k und im Zähler ebenfalls ein Produkt aus k Faktoren steht, das mit a beginnt und jeder weitere Faktor jeweils um eine Einheit abnimmt.

Beispiele 6.8:

1. $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10,$ 2. $\binom{7}{4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35,$

3. $\binom{-2}{3} = \frac{(-2)(-3)(-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = -4,$ 4. $\binom{\frac{1}{2}}{2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 \cdot 2} = -\frac{1}{8}.$

Weiter ist stets $\binom{a}{1} = a$ und $\binom{p}{p} = 1$ für natürliches p.

Wir kommen zu den wichtigsten Eigenschaften von $\binom{a}{k}$:

1. Ist $a = n \geqq 0$, ganz, und $k > n$, so ist $\binom{n}{k} = 0$. Denn aus $n - k < 0$ folgt $n - k + 1 \leqq 0$. Somit tritt im Zähler von (6.15) der Faktor 0 auf. Zum Beispiel ist
$$\binom{2}{4} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot (-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 0.$$
2. Es seien n und k positiv ganz und $n \geqq k$, dann gilt
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \binom{n}{n-k}. \tag{6.19}$$
Der Beweis folgt unmittelbar aus der Überlegung, im mittleren Quotienten k durch $n - k$ zu ersetzen.
3. Es gilt für reelles a und $k \geqq 0$:
$$\binom{a}{k} + \binom{a}{k+1} = \binom{a+1}{k+1}. \tag{6.20}$$

Diese Formel wird zum Aufbau des *Pascalschen Dreiecks* verwendet.

Beweis:
$$\binom{a}{k} + \binom{a}{k+1} = \frac{a(a-1)\ldots(a-k+1)}{k!} + \frac{a(a-1)\ldots(a-k+1)(a-k)}{k!(k+1)}$$
$$= \binom{a}{k} \cdot \left[1 + \frac{a-k}{k+1}\right] = \binom{a}{k} \cdot \frac{a+1}{k+1} = \binom{a+1}{k+1}. \quad \blacksquare$$

4. Für a reell und $n \geqq 0$ gilt:
$$\binom{a}{0} + \binom{a+1}{1} + \binom{a+2}{2} + \ldots + \binom{a+n}{n} = \binom{a+1+n}{n}$$
oder mit dem Summenzeichen aus 6.1.2.:
$$\sum_{\nu=0}^{n} \binom{a+\nu}{\nu} = \binom{a+1+n}{n}. \tag{6.21}$$