Beispiele 7.13:

(1) $A \setminus B = \{1, 2\}$;

(2) $A \setminus B = \{z \mid z \in \mathbf{R} \wedge (0 < z < 6 \wedge (z < -2 \vee z > 0))\}$
$= \{z \mid z \in \mathbf{R} \wedge 0 < z < 6\} = A$;

$B \setminus A = B = \{-2, -1, 0\}$.

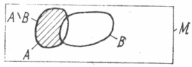

Bild 7.5.
Differenzmenge $A \setminus B$

Wir wollen an dieser Stelle auf den engen Zusammenhang der soeben eingeführten Differenzmenge $A \setminus B$ mit dem Komplement einer Menge $\bar{A}$ bezüglich einer Universalmenge M hinweisen.

Es seien also $A \subseteq M$, $B \subseteq M$. Dann gilt:

$$A \setminus B = A \cap \overline{B}. \tag{7.11}$$

Nach Formel (7.11) wäre es also prinzipiell möglich, auf die Differenzmenge zu verzichten, da sich diese eindeutig mit Hilfe von $\cap$ und $^-$ darstellen läßt.

7.3.4. Rechenregeln für die Verknüpfungen Vereinigung, Durchschnitt, Komplement

Wir wollen im folgenden die Existenz der Universalmenge M, von der alle betrachteten Mengen $A, B, C, \ldots$ Teilmengen sind, voraussetzen und einige wichtige Rechenregeln für unsere eingeführten Mengenverknüpfungen $\cup$, $\cap$, $^-$ angeben und diese außerdem durch Punktmengen veranschaulichen. Rechenregeln für die Differenzmenge gewinnt man leicht durch Anwendung der Beziehung (7.11).

Satz 7.2 *(Rechenregeln für die Operationen $\cup$, $\cap$, $^-$): Es gilt für alle Mengen A, B, $C, \ldots$, die Teilmengen einer Universalmenge M sind:* **S.7.2**

(1) $A \cap B = B \cap A, \qquad A \cup B = B \cup A$; *(Kommutativgesetz)* (7.12)

(2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, *(Assoziativgesetz)* (7.13)
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

(3) $A \cap (A \cup C) = A$, *(Verschmelzungsgesetz)* (7.14)
$B \cup (B \cap D) = B$.

(4) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, *(Distributivgesetz)* (7.15)
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

(5) $A \cup \emptyset = A, \qquad A \cap \emptyset = \emptyset$, *($\emptyset$ – Nullelement)* (7.16)
$A \cap M = A, \qquad A \cup M = M$; *($M$ – Einselement)*

(6) *$\bar{A}$ ist Komplement von A genau dann, wenn gilt:*
$A \cup \bar{A} = M \wedge A \cap \bar{A} = \emptyset$. *(Komplement-Eigenschaften)* (7.17)

Die Kommutativgesetze (7.12) erlauben das Vertauschen der Reihenfolge der Mengen, die Assoziativgesetze gestatten es, die Vereinigung bzw. den Durchschnitt von endlich vielen Mengen zu bilden, wobei es gleichgültig ist, wie man Klammern