Zur Lösung dieser Aufgaben definieren wir die folgenden Mengen: M = Menge der befragten Studenten, J = Menge der Studenten, die konstruktiven Ingenieurbau hören, T = Menge der Studenten, die Technologie hören, O = Menge der Studenten, die Operationsforschung hören. Diese Mengen, J, T, O erzeugen in M acht Teilmengen, die in Bild 7.7 dargestellt sind und deren Mächtigkeiten wir zu bestimmen haben.

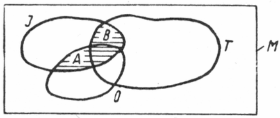

Bild 7.7.
Darstellung durch ebene Punktmengen

Die gegebenen Größen sind:

$$\mu(M) = 100, \qquad \mu(J) = 26, \qquad \mu(T) = 48,$$
$$\mu(T \cap O) = 8, \qquad \mu(J \cap \bar{O}) = 23, \qquad \mu(J \cap T) = 8,$$
$$\mu(J \cap \bar{O} \cap \bar{T}) = 18, \qquad \mu(\overline{J \cup T \cup O}) = 24.$$

Wir suchen $\mu(O)$, $\mu(A)$ und $\mu(B)$ mit $A = J \cap O \cap \bar{T}$, $B = J \cap (O \cup T)$.
Zur Lösung benutzen wir die Rechenregeln aus 7.3.4. und die folgende grundlegende Eigenschaft von μ:

$$((A \subseteqq C) \wedge (B \subseteqq C) \wedge (A \cap B = \emptyset) \wedge (A \cup B = C))$$
$$\rightarrow \mu(C) = \mu(A) + \mu(B). \tag{7.25}$$

Zu Frage 3: Es gilt

$$J = J \cap M = J \cap ((T \cup O) \cup (\overline{T \cup O}))$$
$$= (J \cap (T \cup O)) \cup (J \cap (\overline{T \cup O})) = B \cup (J \cap \bar{T} \cap \bar{O}).$$

Wegen (7.25) gilt also: $\mu(J) = \mu(B) + \mu(J \cap \bar{T} \cap \bar{O})$, also $\mu(B) = 26 - 18 = 8$. (Man verfolge diese Rechnung am Bild.)

Aufgabe 7.6: Wir betrachten die folgenden Teilmengen der Menge *

$M = \{n \mid n \in \mathbf{N} \wedge 1 \leqq n \leqq 50\}$:

$A = \{n \mid n \in M \wedge n$ enthält mindestens eine Ziffer drei$\}$,

$B = \{n \mid n \in M \wedge n$ ist durch 8 teilbar$\}$,

$C = \{n \mid n \in M \wedge n$ enthält nur gerade Zahlen als Ziffern$\}$.

a) Man gebe A, B, C durch ihre Elemente an!

b) Man bestimme: $\mu(A)$, $\mu(B)$, $\mu(C)$, $\mu(A \cup B)$, $\mu(A \cap B)$, $\mu(A \cap C)$, $\mu(B \cap C)$, $\mu(\overline{B \cap C})$, $\mu(A \cap B \cap C)$!

c) Man gebe eine Menge X an mit $\mu(X) \geqq 3$ und $(X \cap A = \emptyset) \wedge (X \cap B = \emptyset) \wedge (X \cap C = \emptyset)$.

d) Wie groß ist die Mächtigkeit der Menge D jener Elemente, die in genau zwei der drei Teilmengen A, B, C liegen?

Aufgabe 7.7: Man bestimme $\mu(O)$, $\mu(A)$ aus dem obigen Beispiel! *