stellen. In unserem Beispiel ergeben sich die folgenden, geordneten Paare

(H, A_1), (H, A_2), (H, A_3) – Transport der Produkte vom Hersteller zu den Abnehmern;

(A_1, H), (A_2, H), (A_3, H) – Rückfahrt der leeren Fahrzeuge von den Abnehmern zum Hersteller;

(A_1, A_2), (A_2, A_1) – Fahrzeuge, die durch irgendwelche Störungen bedingt bei A_1 bzw. bei A_2 nicht entladen können, transportieren das Produkt weiter zu A_2 bzw. A_1.

Damit sehen wir sofort, daß sich die Menge R^* der Beziehungen zwischen den Elementen des Systems, die wir auch *Relation* nennen wollen, als Teilmenge der Produktmenge $E \times E$ darstellen läßt:

$$R^* = \{(H, A_1), (H, A_2), (H, A_3), (A_1, H), (A_2, H), (A_3, H), (A_1, A_2), (A_2, A_1)\} \subseteqq E \times E.$$

Die Menge R^* legt die Struktur des Systems fest. Die beiden Mengen E und R^*, die gemeinsam das System beschreiben, fassen wir durch das Symbol $S = [E, R^*]$ zusammen und nennen S das System. Eine solche Definition des Systems ist eine wichtige und notwendige Vorstufe für alle weiteren Untersuchungen wie:

- Beschreibung der zeitlichen Vorgänge (Prozesse), die im System ablaufen,
- Simulation solcher Prozesse,
- Optimierung des Systems selbst oder der Prozesse, die in ihm ablaufen.

Als Abstraktion aus diesem Beispiel wollen wir zum Abschluß eine allgemeinere Definition des Systembegriffs formulieren.

Definition 7.18: *Ein System S ist eine Zusammenfassung von zwei Mengen E und R^*, symbolisch: $S = [E, R^*]$, wobei E die Menge der Elemente des Systems und R^*, $R^* \subseteqq E \times E$, die Menge der zwischen diesen Elementen existierenden Beziehungen (Relationen) und damit die Struktur des Systems beschreibt.* **D.7.18**

7.7. Operationen zwischen den Elementen einer Menge (linearer Raum)

In diesem Abschnitt und auch in den nachfolgenden beiden Abschnitten werden einige Begriffe, die unmittelbar mit dem Mengenbegriff zusammenhängen, angegeben. Zunächst definieren wir den für die Mathematik fundamentalen Begriff des linearen Raumes. Dazu werden im folgenden Elemente einer beliebigen Menge X mit $x, y, z, \ldots$ und Zahlen (reelle Zahlen) mit $a, b, c, \ldots$ bezeichnet.

Definition 7.19 *(linearer Raum): Eine Menge X heißt ein* **linearer Raum**, *wenn gilt: Sind x, y beliebige Elemente von X, so ist auch ihre Summe $x + y$ ein Element von X, und ist ferner a eine Zahl, so ist auch $a \cdot x$ ein Element von X. Der Begriff „Summe" steht hier für irgendeine Operation, die je zwei Elementen $x, y \in X$ ein Element, bezeichnet* **D.7.19**