

7.9. Weitere Anwendungen (Graphen, konvexe Polyeder)

7.9.1. Graphen

Bei der Planung industrieller Prozesse und bei der Betrachtung von *Netzwerken*, die in den verschiedenen Wissenschaftsgebieten auftreten, findet man vielfältige Beziehungen zwischen Wirtschaftsobjekten, Personengruppen und anderen Größen. Zur Beschreibung solcher Objekte und ihrer Wechselbeziehungen erleichtern graphentheoretische Betrachtungsweisen sowohl die mathematische Modellierung als auch die Lösung der anstehenden Probleme. Man geht dabei so vor, daß man den Objekten Punkte, den Wechselbeziehungen diese Punkte verbindende Kurven zuordnet. Denken wir z. B. an das Bild 7.11, so haben wir damit den *Graphen* des zugrunde liegenden konkreten Systems dargestellt. Im folgenden wollen wir den Begriff des *gerichteten Graphen* definieren, müssen uns aber dann mit einigen ganz wenigen Beispielen, die die Vielfalt graphenartiger Gebilde in keiner Weise widerspiegeln, zufriedengeben. Wir verweisen den interessierten Leser insbesondere auf [3] und Band 21/2.

D.7.26 Definition 7.26: Ein *gerichteter Graph* D besteht aus einer **Knotenmenge** V ,

$$V = \{v_1, v_2, \dots\}, \quad V \neq \emptyset,$$

und einer **Menge A gerichteter Kanten**, die als Teilmenge der Menge $V \times V$ dargestellt wird. Wir schreiben

$$D = (V, A).$$

Ist $a \in A$ die *gerichtete Kante*, die als *Anfangsknoten* v_i , als *Endknoten* v_j enthält, so definieren wir

$$a = (v_i, v_j).$$

Beispiel 7.25 (siehe auch Bild 7.14):

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}, \quad A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}.$$

mit	$a_1 = (v_5, v_5),$	$a_4 = (v_1, v_3),$	$a_7 = (v_1, v_2),$
	$a_2 = (v_2, v_3),$	$a_5 = (v_4, v_3),$	$a_8 = (v_4, v_4),$
	$a_3 = (v_3, v_2),$	$a_6 = (v_4, v_5),$	$a_9 = (v_2, v_1).$

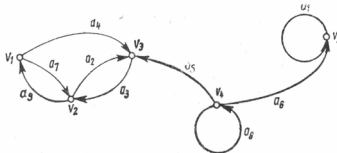


Bild 7.14.

$$\begin{aligned} D &= (V, A), \\ V &= \{v_1, \dots, v_5\}, \\ A &= \{a_1, \dots, a_9\} \end{aligned}$$

In Bild 7.11 ist ein weiteres Beispiel für einen gerichteten Graphen dargestellt.

Besondere praktische Bedeutung besitzen die Graphen als Grundlage der Netzplantechnik. Es sei z. B. ein Projektablauf in 6 Vorgänge $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ eingeteilt. Jeder Vorgang v_i besitzt einen frühesten Anfangstermin t_i' , eine Dauer d_i und eine Mindestzeit t_i'' , die nach Beendigung des Vorgangs v_i noch bis zur Beendigung des Gesamtprojekts benötigt wird.