

Da die mathematische Formulierung von Aussageformen häufig selbst sehr kurz ist, so kann man sie auch in der Schreibweise (8.3) direkt für $p_A(x, y)$ angeben. Ist z. B. durch „ $E = kE_1$ “ eine Aussageform $p(k, E)$ gegeben (vgl. Beispiel 8.1), so kann anstelle von

$$A = \{(k, E) \mid k \in M \wedge E \in N \wedge p(k, E)\} \quad (8.4)$$

auch geschrieben werden

$$A = \{(k, E) \mid k \in M \wedge E \in N \wedge E = kE_1\}. \quad (8.5)$$

Aufgabe 8.9: Die Abbildung der Aufgabe 8.7, Teil b) soll in der Form (8.3) und in * einer zu (8.5) äquivalenten Form geschrieben werden. Man verwende dabei die Lösung für diesen Teil der Aufgabe 8.7.

Aufgabe 8.10: Die in der Lösung der Aufgabe 8.1 konstruierte Abbildung A soll in * der Form (8.3) geschrieben werden.

Aufgabe 8.11: Bekanntlich besagt eines der Newtonschen Bewegungsgesetze, daß * die Kraft eines sich geradlinig bewegenden Körpers gleich dessen Masse multipliziert mit seiner Beschleunigung ist. Man modelliere diesen Sachverhalt für einen Körper mit konstanter Masse zu einer Abbildung und schreibe sie in Form von (8.5).

Aufgabe 8.12: a) Man gebe alle Elemente der Abbildung *

$$A = \{(x, y) \mid x \in M \wedge y \in \mathbf{G} \wedge y = x^2\}$$

mit $M = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ an.

b) Man stelle die Abbildung

$$A = \{(x, y) \mid x \in R^1 \wedge y \in R^1 \wedge x + y \leq 4\}$$

graphisch in einer x, y -Ebene dar.

Durch die Definition 8.1 ist ein neues mathematisches Objekt eingeführt worden. Mit den anschließenden Beispielen wurde gezeigt, daß solche Objekte tatsächlich existieren und daß sie Beziehungen zu Problemen der Realität haben.

Wenden wir uns nun der konkreten Untersuchung des neuen Objektes „Abbildung“ zu. Dabei sei zunächst daran erinnert, daß gute Fragen eine solide Grundlage für jegliche Erkenntnis bilden. Als erstes bietet sich die Frage an, wann denn zwei Abbildungen gleich sind. Darauf kann sofort eine Antwort gegeben werden. Abbildungen sind ja Mengen, und daher sind zwei Abbildungen gleich, wenn sie dieselben Elemente enthalten. Diese Aussage möge vorerst genügen. Später wird sie durch eine äquivalente, aber besser anwendbare ersetzt.

Als nächstes fragen wir nun nach besonders einfachen Abbildungen. Hierauf gibt der folgende Abschnitt eine erste Antwort.

8.2. Lineare Abbildungen

Unter den Beziehungen zwischen Größen der Realität zeichnet sich eine Klasse durch besondere Einfachheit aus. Ihr charakteristisches Merkmal ist die sogenannte Linearität. Hierzu gehören z. B. die Beziehung zwischen Erlös und Anzahl der verkauften Mengeneinheiten einer Ware (siehe Aufgabe 8.7) oder die zwischen der Kraft und der Beschleunigung eines Körpers (siehe Aufgabe 8.11). Nehmen wir einmal an, daß die Anzahl der zum Verkauf bereitgestellten Mengeneinheiten der