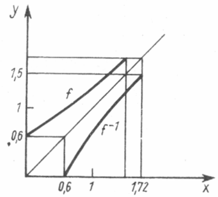

Bild 9.2.
Graphische Darstellung der Funktion
$y = e^{0,5x} - 0{,}4, \quad x \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$
und ihrer Umkehrfunktion

Aufgabe 9.6: Man gebe zunächst für den Parameter a einen Wert kleiner als 4 derart an, daß die Funktion *

$$f_a\colon \; y = x^2 - 2x - 3, \qquad x \in [a, 4]$$

eineindeutig ist. Danach ermittle man die Umkehrfunktion f^{-1} in der Form (9.23) und stelle beide graphisch dar.

Für Umkehrfunktionen gilt ein Sachverhalt, der rein formal eine Übereinstimmung mit entsprechenden Formeln für das Rechnen mit Zahlen herstellt.

Satz 9.3: *Die Umkehrfunktion einer Funktion, die selbst schon Umkehrfunktion einer anderen Funktion f ist, existiert immer und ist gleich f:* **S.9.3**

$$(f^{-1})^{-1} = f. \tag{9.25}$$

Wird die Funktion als Abbildung aufgefaßt, d. h. wird von ihrer mengentheoretischen Auffassung ausgegangen, dann führt die Vertauschung der Rollen von abhängiger und unabhängiger Variabler bekanntlich zur Umkehrabbildung (siehe Abschnitt 8.3.). Die Umkehrabbildung einer Funktion muß jedoch nicht eindeutig sein; wenn sie es ist, dann stellt sie die Umkehrfunktion im obigen Sinne dar. Daher kann sie auch wie folgt eingeführt werden.

Definition 9.4: *Ist die Umkehrabbildung f^{-1} einer Funktion* **D.9.4**

$$f\colon y = f(x), \quad x \in D_f,$$

selbst eine Funktion, so wird f^{-1} **Umkehrfunktion** *von f genannt.*

9.3. Einfachste Eigenschaften von Funktionen

In diesem Abschnitt werden erstmals gewisse qualitative Betrachtungen von Funktionen eine Rolle spielen. Es geht um Eigenschaften, die eine Funktion in ihrem ganzen Definitionsbereich oder in Teilmengen, nicht jedoch in einzelnen Punkten dieses Bereiches haben kann. Wir werden deshalb im weiteren voraussetzen, daß der Definitionsbereich der betrachteten Funktionen selbst ein Intervall ist.

Vorweg sei noch bemerkt, daß es umständlich ist, die nachfolgend eingeführten Eigenschaften für konkrete Funktionen ohne die Hilfsmittel der Differentialrechnung nachzuweisen (hierzu s. Bd. 2). Deshalb werden wir nach Möglichkeit graphischen Darstellungen den Vorzug gegenüber rechnerischen Beispielen und analytischen Betrachtungen geben.

Definition 9.5: *Eine Funktion f* **D.9.5**

$$y = f(x), \qquad x \in D_f,$$