gilt

$$y = x^n, \quad x \in D_f = (-\infty, +\infty). \tag{9.41}$$

Ist μ eine ganze, aber negative Zahl, $\mu = -n$, so gilt

$$y = x^{-n}, \quad x \in D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty). \tag{9.42}$$

Mit (9.41) bzw. (9.42) haben wir die einfachsten Fälle von ganzen bzw. gebrochenen rationalen Funktionen vorliegen (vgl. Abschnitt 9.5.). Ist μ eine rationale Zahl der Art $\mu = \frac{1}{q}$, wobei q eine natürliche Zahl >0 ist, so erhalten wir die *Wurzelfunktion*

$$y = x^{\frac{1}{q}}, \quad x \in D_f = [0, +\infty). \tag{9.43}$$

Entsprechend gilt im Falle beliebiger rationaler Zahlen $\mu = \frac{p}{q}$:

$$y = x^{\frac{p}{q}}, \quad x \in D_f = (0, +\infty). \tag{9.44}$$

Ist schließlich μ eine irrationale Zahl, so gilt

$$y = x^{\mu}, \quad x \in D_f = (0, +\infty). \tag{9.45}$$

Es sei bemerkt, daß die Umkehrfunktionen – soweit sie existieren – von Potenzfunktionen selbst wieder Potenzfunktionen sind. So ist z. B. für $y = x^n$, $x \in [0, +\infty)$, die Umkehrfunktion durch $y = \sqrt[n]{x}$, $x \in [0, +\infty)$ gegeben (siehe Bild 9.6). Dabei zeigen sowohl Ausgangsfunktion als auch ihre Umkehrfunktion gleiches Monotonieverhalten (vgl. Satz 9.6, Teil c)). Insbesondere sind die beiden Funktionen $y = x^n$, $y = \sqrt[n]{x}$, $x \in [0, +\infty)$ streng monoton wachsend.

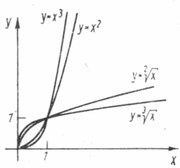

Bild 9.6.
Parabeln und Wurzelfunktionen

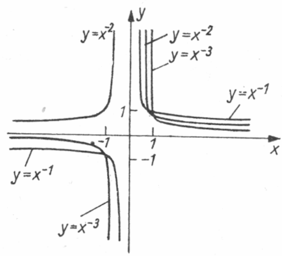

Bild 9.7.
Hyperbeln

Eine besonders einfache Funktion ist die Konstante

$$y = c, \quad x \in (-\infty, +\infty),$$

wobei c eine beliebige feste Zahl ist. Die graphische Darstellung dieser Funktion ist eine Gerade, die die y-Achse bei c schneidet und parallel zur x-Achse verläuft.

2. *Exponentialfunktionen*

$$y = a^x, \quad x \in (-\infty, +\infty); \tag{9.46}$$

hierbei setzen wir voraus, daß a eine fixierte reelle Zahl mit den Eigenschaften $a > 0$ und $a \neq 1$ ist.