

7.9: Die Punkte $(0, 0)$ und $(5, 10)$ gehören zum Geradenstück. Wir nehmen an, eine Darstellung der Form $A \times B$ sei möglich, wobei A Teilmenge der x -Achse, B Teilmenge der y -Achse sei. Dann gilt: $0 \in A$ und $5 \in A$, $0 \in B$ und $10 \in B$. Nach Definition des Kreuzproduktes ist dann aber auch zum Beispiel $(0, 10) \in A \times B$. Der Punkt $(0, 10)$ gehört aber nicht zum Geradenstück. Das ist ein Widerspruch zur Annahme, das Geradenstück würde sich als Kreuzprodukt $A \times B$ darstellen lassen.

7.10: a) Wir setzen $X = \mathbb{R}^1$ und $A = [0, 1]$ und benutzen Definition 7.22. Es sei $x = 0, 0 \in A$ ausgewählt. Dann gibt es kein $r > 0$ so, daß $K(0, r) = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge |x| < r\}$ Teilmenge von A ist.
b) $A' = [0, 1] \cap [1, 2] = \emptyset$, denn $1 \notin [0, 1]$, aber $1 \in [1, 2]$. $B = ([-1, 1] \cup (0, 2)) \cap ([1, 2] \cup [3, 10)) = [-1, 2] \cap [1, 10] = [1, 2]$.

7.11: Die graphische Darstellung der Polyedermenge ist in Bild L.7.3 angegeben.

8.1: Es sei M die Menge aller Gießereibetriebe und N die Menge aller Verbraucher von Gießereierzeugnissen der DDR. Weiter seien $G \in M$ bzw. $V \in N$ beliebige Elemente (d. h. Gießerei bzw. Verbraucher) dieser Mengen. Dann ist die gesuchte Abbildung A diejenige Teilmenge von $M \times N$, die als Elemente nur solche Paare (G, V) enthält, bei denen Vertragsbeziehungen zwischen G und V bestehen.

8.2: Von den gegebenen Wertepaaren erfüllen nur $(3, 9), (8, 6), (9, 4)$ und $(16, 0)$ die Ungleichung.

8.3: A enthält nur die Paare $(5, x_2)$ mit $x_2 = 0, 1, \dots, 7$ sowie nur die Paare $(x_1, 6)$ mit $x_1 = 0, 1, \dots, 8$.

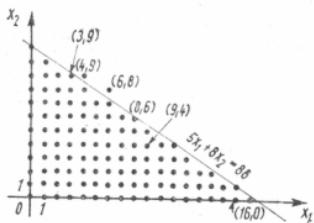


Bild L.8.1

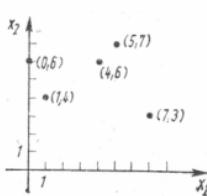


Bild L.8.2



Bild L.8.3

8.4: siehe Bild L.8.1

8.5: M muß wenigstens die Zahlen $0, 1, 4, 5$ und 7 enthalten; bezüglich N muß wenigstens gelten $3, 4, 6, 7 \in N$.

8.6: Die Bilder L.8.2 und L.8.3 zeigen die gesuchten Darstellungen.

8.7: a) Der Erlös für den Verkauf von k Mengeneinheiten der Ware beträgt kp Geldeinheiten. Daraus kann mit $M = \{1, 2, \dots, Q\}$ und mit $N = \{p, 2p, 3p, \dots, Qp\}$ die Beziehung zwischen verkauften Mengeneinheiten und Erlös als Abbildung A aus \mathbf{N} in \mathbf{N} aufgefaßt werden. Dabei besteht A aus allen geordneten Paaren (k, kp) , wobei $k \in M$ beliebig ist, und es gilt: $D_A = M \subset \mathbf{N}, W_A = N \subset \mathbf{N}$.
b) Aus dieser Aufgabenstellung folgt keine konkrete Beziehung zwischen Temperatur und Druck. Deshalb müssen wir allgemein vorgehen. Es sei $M = [T_1, T_2]$, und N sei die Menge der Werte, die sich für den Druck des Gases bei Temperaturen $T \in M$ ergeben. Dann kann die Beziehung zwischen Temperatur und gemessenem Druck als Abbildung A aus \mathbb{R}^1 in \mathbb{R}^1 aufgefaßt werden. Dabei besteht A aus allen geordneten Paaren (T, p) , wobei $T \in M$ beliebig und p der bei dieser Temperatur gemessene Druck ist. Weiter gilt $D_A = M \subset \mathbb{R}^1, W_A = N \subset \mathbb{R}^1$.

Wir bemerken noch, daß – bei entsprechend gewählten Werten für T_1 und T_2 – für die Temperatur und den zugehörigen Druck die Formel $p = \gamma V^{-1} T$ gilt, wobei V das Volumen des Gases und γ eine spezifische Gaskonstante bezeichnet.

8.8: $D_{A_1} = \{1, 2\}, D_{A_2} = \{1, 2, 3\}, W_{A_1} = \{a, b, c\}, W_{A_2} = \{a\}$. Bei A_1 sind die Zahlen 1, 2 Originale und die Buchstaben a, b und c Bilder; konkret ist z. B. a Bild sowohl von 1 als auch von 2, jedoch nicht von 3. Bei A_2 sind ebenfalls die Zahlen 1, 2, 3 Originale, dagegen gibt es nur ein Bild, nämlich a .