5.1.4. Zahlendarstellung

Zur numerischen Rechnung werden die positiven reellen Zahlen in *Zahlensystemen* durch Aneinanderreihung von Ziffern dargestellt. Bei Brüchen kommt noch ein Komma oder Punkt hinzu. Die Ziffern sind bei Potenzsystemen von einer Basis B abgeleitet.

Im *Dezimalsystem* ($B = 10$) wird eine Zahl a durch die Folge der 10 Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 dargestellt:

$$a = z_N z_{N-1} \dots z_1 z_0 , z_{-1} z_{-2} \dots z_{-M}; \quad 0 \leqq z_i \leqq 9; \quad N + M \geqq 0; \quad z_N \neq 0.$$

Dies bedeutet weiter nichts als die Darstellung der Zahl a in der Form

$$a = z_N \cdot 10^N + z_{N-1} \cdot 10^{N-1} + \dots + z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0 + z_{-1} \cdot 10^{-1} + z_{-2} \cdot 10^{-2} + \dots + z_{-M} \cdot 10^{-M}. \tag{5.1}$$

Für $M = 0$ haben wir eine ganze Zahl, dann wird das Komma oder der Punkt weggelassen. Für $N < 0$ wird in der Darstellung der Zahl als Ziffernfolge $z_0 = \dots = z_{N+1} = 0$ gesetzt. So ist

$$27.03 = 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

und

$$0.0047 = 4 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-4}.$$

Natürlich kann nicht jede reelle Zahl in dieser Art dargestellt werden, zum Beispiel $\frac{1}{3}$ oder $\sqrt{2}$, sondern nur die Vielfachen von 10^{-M}. Jede gebrochene rationale Zahl läßt sich durch eine abbrechende oder durch eine nichtabbrechende, jedoch periodische Dezimalzahl, deren Ziffern sich periodisch wiederholen, darstellen. Dagegen können die irrationalen Zahlen nur annäherungsweise durch Dezimalzahlen erfaßt werden.

Beispielsweise ist $\frac{5}{4} = 1.25$ oder $\frac{1}{7} = 0.142857142857\dots$ Die Ziffernfolge 142857 wiederholt sich laufend, wir schreiben dafür auch $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$. Andererseits sind für $\sqrt{2}$ die Zahlen 1.4, 1.41, 1.414 oder für π die Zahlen 3.14 oder 3.1415 lediglich rationale Näherungen, auch wenn beliebig viele weitere Stellen hinzugenommen werden.

Für die Belange der Informatik erweist sich die Verwendung des Dual- ($B = 2$) bzw. des Oktalsystems ($B = 8$) als zweckmäßig. Im *Dual-* oder *Binärsystem* gibt es nur die Ziffern 0 und L[1]). Es gilt für die ziffernmäßige Darstellung der Zahlen

$$a = b_N \cdot 2^N + b_{N-1} \cdot 2^{N-1} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0 + b_{-1} \cdot 2^{-1} + \dots + b_{-M} \cdot 2^{-M} \tag{5.2}$$

mit

$$b_i = 0, \mathrm{L}; \quad N + M \geqq 0; \quad b_N \neq 0.$$

Für $M = 0$ und $N < 0$ gelten entsprechende Bemerkungen wie beim Dezimalsystem.

Die Zahl 13 schreibt sich demnach im Dualsystem

$$\mathrm{LL0L} = \mathrm{L} \cdot 2^3 + \mathrm{L} \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + \mathrm{L} \cdot 2^0.$$

---

[1]) Die Dualziffer 1 wird mit L bezeichnet (zum Unterschied zur Dezimalziffer 1).