Die so wie oben (7.1), (7.2) definierten Mengen heißen auch *Mengen 1. Stufe.* Beispiele zur Mengenbildung mittels Aussageformen:

Beispiel 7.4:

(1) $X = \mathbf{N}$
$m(x) = $ „$x < 12$" und „$x \in M_1$".
Dann wird:
$A = \{x \mid w(x \in \mathbf{N} \wedge („x < 12" \wedge „x \in M_1")) = W\}$
$= \{x \mid „x < 12" \wedge „x \in M_1"\}$.
Wir sehen leicht, daß gilt:
$A = \{x \mid „x < 12" \wedge „x \in M_1"\} = \{1, 2, 3, 5, 8\}$.

(2) $X = \mathbf{R}$,
$B = \{x \mid „x^2 + 2 = 0"\}$.

(3) $X =$ Menge der Monate eines Jahres;
$C = \{x \mid$ „x besitzt 30 Tage"$\}$.

(4) $X =$ Menge aller zweistelligen Aussagenverbindungen;
$D = \{x \mid$ „x ist eine Tautologie"$\}$.

Über diese Beispiele sollen zunächst keine weiteren Aussagen gemacht werden, die sich auf Eigenschaften beziehen. Wir kommen später darauf zurück.

Zum Schluß dieses Abschnittes wollen wir noch die folgende Bemerkung machen. Wir können gemäß Definition 7.1 Mengen bilden, die als Elemente selbst wieder Mengen enthalten.
So sind zum Beispiel

$E = \{\{1, 2, 3\}\ \{\text{rot, schwarz}\}\}$

oder

$F = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \ldots\}$
$= \{x \mid x = \{1, 2, \ldots, n\} \wedge n \in \mathbf{N}\}$

wieder Mengen im Sinne unserer Definition. Wir würden sie sinnvollerweise *Mengen zweiter Stufe* nennen, da ihre Elemente Mengen 1. Stufe sind.

7.2. Spezielle Mengen

Im folgenden sollen einige wichtige Beziehungen zwischen Mengen sowie spezielle Mengen untersucht werden.

7.2.1. Teilmengen, leere Menge

Definition 7.2: *A heißt* **Teilmenge** *von B, wenn jedes Element der Menge A auch Element von B ist. Symbolisch: $A \subseteq B$ ist gleichbedeutend mit $(\forall x)(x \in A \to x \in B)$ ist eine wahre Aussage.* D.7.2

Beispiel 7.5:

(1) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 3, 5, 2, 6\}$.

(2) $A = \{1, 2, 3\}$ ist keine Teilmenge von
$B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$, da $3 \in A$ aber $3 \notin B$ ist.

(3) $A = \{\sqrt{2}, \text{rot, grün}\}$, $B = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \text{rot, gelb, grün}\}$,
$A \subseteq B$.