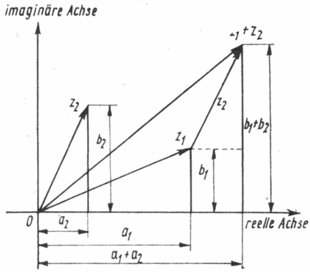

Bild 5.9.
Addition zweier komplexer Zahlen

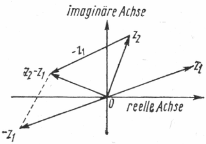

Bild 5.10.
Subtraktion zweier komplexer Zahlen

Für die anschauliche Deutung der Multiplikation zweier komplexer Zahlen verwenden wir zweckmäßiger die exponentielle Darstellung der Faktoren

$$z_1 = r_1\, e^{i\varphi_1} \quad \text{und} \quad z_2 = r_2\, e^{i\varphi_2}.$$

Dann wird

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2\, e^{i(\varphi_1+\varphi_2)} = r\, e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

mit

$$r = r_1 \cdot r_2 \text{ und } \varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Wir erhalten folgendes Resultat: Das Produkt zweier komplexer Zahlen ist eine komplexe Zahl, deren absoluter Betrag gleich dem Produkt der absoluten Beträge und deren Argument gleich der Summe der Argumente der Faktoren ist.

Die Konstruktion von $z_1 \cdot z_2$ ergibt sich einmal aus der Tatsache, daß das Produkt auf dem Ursprungsstrahl mit dem Winkel $(\varphi_1 + \varphi_2)$ zur positiven reellen Achse liegt und zum anderen aus der offensichtlichen Ähnlichkeit der beiden Dreiecke in Bild 5.11 und der daraus folgenden Beziehung $r_1 : 1 = r : r_2$, also $r = r_1 r_2$.

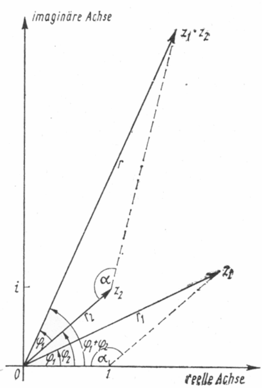

Bild 5.11.
Multiplikation zweier komplexer Zahlen