Beispiel 8.3: Gegeben seien die beiden Mengen $M = \{1, 2, 3\}$ und $N = \{a, b, c\}$. Dabei ergibt sich die Produktmenge $M \times N$ zu

$$M \times N = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c)\}.$$

Dann sind z. B. die Teilmengen

$$A_1 = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, c)\} \quad \text{und}$$
$$A_2 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

Abbildungen aus M in N. Diese Abbildungen kann man graphisch z. B. so wie in Bild 8.2 darstellen. Hierbei wird jedes Element von A_i repräsentiert durch die Gesamtheit von jeweils zwei entsprechenden Punkten und dem sie verbindenden Pfeil.

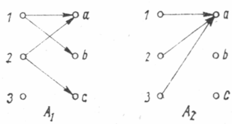

Bild 8.2.
Graphische Darstellung der Abbildungen A_1 und A_2 aus Beispiel 8.3

Aufgabe 8.5: Gegeben sei die Abbildung *

$$A = \{(7, 3), (1, 4), (0, 6), (4, 6), (5, 7)\}$$

aus M in N. Welche Elemente muß dann die Menge M und welche die Menge N auf jeden Fall enthalten?

Aufgabe 8.6: Nehmen Sie an, die Mengen M und N bestehen nur aus den von Ihnen für die Aufgabe 8.5 gefundenen Elementen. Stellen Sie dann die Abbildung A der Aufgabe 8.5 auf beide Arten graphisch dar (vgl. Bild 8.1 und 8.2). *

Aus den obigen Beispielen kann man schlußfolgern, daß bei einer Abbildung A aus M in N durchaus nicht zu jedem Element $x \in M$ ein Element $y \in N$ gehören muß (siehe Abbildung A_1 in Beispiel 8.3). Umgekehrt muß auch nicht jedes $y \in N$ zu einem $x \in M$ gehören; schließlich können zu einem $x \in M$ auch mehrere $y \in N$ gehören (siehe Abbildung A_1 in Beispiel 8.3). In diesem Zusammenhang führt man noch folgende ergänzende Begriffe ein:

Definition 8.2: *Ist A eine Abbildung aus M in N, so nennen wir die Menge aller $x \in M$, für die ein $y \in N$ derart existiert, daß $(x, y) \in A$ ist, den* **Definitionsbereich** *von A; er wird mit D_A bezeichnet. Die Menge aller $y \in N$, für die ein $x \in M$ derart existiert, daß $(x, y) \in A$ ist, wird* **Wertebereich** *von A genannt und mit W_A bezeichnet. Ist weiterhin $(x, y) \in A$, so wird x ein* **Original** *oder* **Urbild** *von y und y ein* **Bild** *von x bei der Abbildung A genannt. Man sagt auch, daß x durch A auf y* **abgebildet** *wird.* **D.8.2**

Diese neuen Begriffe können am Beispiel 8.1 der Maschinen und der mit ihnen produzierten Einheiten eines Erzeugnisses wie folgt interpretiert werden. Es sei M die Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis m:

$$M = \{1, 2, \ldots, k, \ldots, m\},$$

wobei m die maximale Anzahl der einsetzbaren Maschinen angibt und jede einzelne Zahl k die unter gegebenen Umständen konkret eingesetzte Anzahl von Maschinen repräsentiert. $\mathbf{N}$ sei die Menge aller natürlichen Zahlen. Dann ist mit

$$A = \{(1, E_1), (2, 2E_1), \ldots, (k, kE_1), \ldots, (m, mE_1)\}$$