benutzt man außerdem die für Differenzen üblichen Bezeichnungen

$$\Delta^1 y_i = y_{i+1} - y_i, \quad i = 0, 1, \ldots, n,$$
$$\Delta^j y_i = \Delta^{j-1} y_{i+1} - \Delta^{j-1} y_i, \quad i = 0, 1, \ldots, n; \quad j = 2, 3, \ldots,$$

so ergibt sich für die Koeffizienten des Newtonschen Interpolationspolynoms

$$c_i = \frac{1}{i!}\frac{1}{h^i}\Delta^i y_0, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{9.68}$$

Mit diesen Koeffizienten lautet das Newtonsche Interpolationspolynom (9.61) jetzt

$$P_n(x) = y_0 + \frac{1}{h}\Delta^1 y_0(x - x_0) + \frac{1}{2!\,h^2}\Delta^2 y_0(x - x_0)(x - x_1) + \ldots$$
$$+ \frac{1}{n!\,h^n}\Delta^n y_0(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1}). \tag{9.69}$$

Die Koeffizienten dieses Polynoms sind bekannt, wenn die Differenzen $\Delta^i y_0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, bekannt sind. Zu ihrer Berechnung verwendet man gewöhnlich ein einfaches Differenzenschema (siehe [2] bzw. Rechenschema in der Lösung von Aufgabe 9.17).

* *Aufgabe 9.17:* Man verwende die Stützpaare $(-2, 73)$, $(-1, 10)$, $(0, 7)$, $(1, 4)$, $(2, -11)$ und $(3, -2)$ in der angegebenen Reihenfolge zur Konstruktion des entsprechenden Newtonschen Interpolationspolynoms.

9.7. Darstellung von Funktionen mittels Parameter

Auf die Darstellung von Funktionen mittels Parameter wurde bereits in Abschnitt 9.1. kurz hingewiesen. Allgemein versteht man darunter folgendes. Es seien g und h zwei Funktionen mit gleichem Definitionsbereich D. Dann ist durch

$$x = g(t), \quad y = h(t), \quad t \in D, \tag{9.70}$$

zunächst i. allg. noch keine Funktion, sondern erst eine Abbildung definiert. Sie besteht aus allen geordneten Paaren (x, y), bei denen x und y die durch (9.70) gegebenen Bilder derselben Hilfsvariablen $t \in D$ sind.

* *Aufgabe 9.18:* Man zeige, daß für die Funktionen $g(t) = \sin t$, $h(t) = \frac{1}{4}\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$, $t \in R^1$, durch die Menge aller Paare (x, y) mit $x = g(t)$, $y = h(t)$, d. h. $x = \sin t$, $y = \frac{1}{4}\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$, $t \in R^1$, zwar eine Abbildung, jedoch keine Funktion gegeben ist.

Sind nun dagegen die Funktionen g und h von der Art, daß jedem nach (9.70) möglichen x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet ist, dann ist mit (9.70) eine neue Funktion f definiert. Wir werden diese Voraussetzungen bezüglich g und h immer als erfüllt betrachten. Dazu genügt es z. B. zu fordern, daß g eine eineindeutige Funktion ist. Man nennt dann (9.70) *Parameterdarstellung der Funktion* f und die Hilfsvariable t *Parameter*.

Allgemein kann man für jede Funktion beliebig viele Parameterdarstellungen angeben.