

deutige Abbildung erzeugt, kann die konstruierte Funktionsleiter in folgender Weise genutzt werden. Es seien x_1 und x_2 zwei beliebige Argumente $0 \leq x_1, x_2 \leq 7$ mit der Eigenschaft, daß die Summe der zugehörigen Bildpunkte $X_1 + X_2$ ebenfalls auf der Funktionsleiter liegt. Dabei wird unter der Summe zweier Bildpunkte $X_1 + X_2$ der Bildpunkt verstanden, den man wie folgt erhält. Die beiden Strecken $0x_1$ und $0x_2$ werden addiert und die so erhaltene Gesamtstrecke auf der Funktionsleiter bei 0 beginnend abgetragen; ihr Endpunkt markiert den Bildpunkt $X_1 + X_2$ (siehe Bild 9.24). Dann entspricht diesem Bildpunkt ein gewisses $x_3 \in [0, 7]$ derart, daß $X_1 + X_2 = 2x_3$ ist. Andererseits gilt jedoch $X_1 + X_2 = 2x_1^2 + 2x_2^2$. Somit folgt: $x_3^2 = x_1^2 + x_2^2$ oder

$$x_3 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}.$$

Wenn wir also zwei Argumente $x_1, x_2 \in [0, 7]$ mit der oben genannten Eigenschaft haben, so können wir bei $X_1 + X_2$ ohne jede weitere Rechnung den Wert $x_3 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ablesen. Formeln dieser Art treten u. a. bei der Berechnung der Länge der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks auf. Wenn z. B. die Katheten eines solchen Dreiecks 3,6 m und 5,3 m lang sind, so folgt (vgl. Bild 9.24) sofort $6,4 < x_3 < 6,5$, und wir lesen näherungsweise $x_3 \approx 6,4$ m ab. In analoger Weise entwickelt man eine Formel für $\sqrt{x_1^2 - x_2^2}$.

Aufgabe 9.25: Mit a, b seien die Katheten und mit c die Hypotenuse von rechtwinkligen Dreiecken bezeichnet. Dann ermittle man unter Verwendung der in Beispiel 9.16 konstruierten Funktionsleiter die jeweils fehlenden Längen für die drei rechtwinkligen Dreiecke mit

a	4,8 km		26 m	300 m
b	2,4 km	3,8 m		400 m
c		6,9 m	67 m	

Als Hinweis sei vermerkt, daß bei den beiden letzten Dreiecken zusätzliche Überlegungen angestellt werden müssen.

Neben der regulären Leiter zeichnet man für geradlinige Träger nach dem Typ der erzeugenden Funktion einige weitere Funktionsleitern aus. Dazu gehören die logarithmische sowie die projektive Funktionsleiter. Erstere hat die erzeugende Funktion

$$f(x) = \log_c x, \quad 0 < a \leq x \leq b < +\infty,$$

wobei a, b, c gegebene fixierte Zahlen ($c > 0, c \neq 1$) sind; für die projektive Funktionsleiter lautet die erzeugende Funktion

$$f(x) = \frac{ax + b}{x + c}, \quad x \in I,$$

wobei a, b und c fixierte Zahlen mit $ac \neq b$ sind und I ein Intervall ist, das $x = -c$ nicht enthält.

Aufgabe 9.26: Man konstruiere für einen geradlinigen Träger mit der erzeugenden Funktion $f(x) = \lg x$, $1 \leq x \leq 10$, eine Funktionsleiter, die 125 mm lang sein soll.