

Tabelle 4.3. Kettenschluß

$p$	$F$	$W$	$F$	$W$	$F$	$W$	$F$	$W$
$q$	$F$	$F$	$W$	$W$	$F$	$F$	$W$	$W$
$r$	$F$	$F$	$F$	$F$	$W$	$W$	$W$	$W$
$u = p \rightarrow q$	$W$	$F$	$W$	$W$	$W$	$F$	$W$	$W$
$v = q \rightarrow r$	$W$	$W$	$F$	$F$	$W$	$W$	$W$	$W$
$w = p \rightarrow r$	$W$	$F$	$W$	$F$	$W$	$W$	$W$	$W$
$x = u \wedge v$	$W$	$F$	$F$	$F$	$W$	$F$	$W$	$W$
$x \rightarrow w$	$W$	$W$	$W$	$W$	$W$	$W$	$W$	$W$

Tabelle 4.4. Indirekter Beweis

$p$	$F$	$W$	$F$	$W$
$q$	$F$	$F$	$W$	$W$
$\bar{p}$	$W$	$F$	$W$	$F$
$\bar{q}$	$W$	$W$	$F$	$F$
$r = \bar{p} \rightarrow \bar{q}$	$W$	$W$	$F$	$W$
$s = q \wedge r$	$F$	$F$	$F$	$W$
$s \rightarrow p$	$W$	$W$	$W$	$W$

Tabelle 4.5. Schluß auf Äquivalenz

$p$	$F$	$W$	$F$	$W$
$q$	$F$	$F$	$W$	$W$
$r = p \rightarrow q$	$W$	$F$	$W$	$W$
$s = q \rightarrow p$	$W$	$W$	$F$	$W$
$t = r \wedge s$	$W$	$F$	$F$	$W$
$u = p \leftrightarrow q$	$W$	$F$	$F$	$W$
$t \rightarrow u$	$W$	$W$	$W$	$W$

#### 4.1.2. Logische Schlußfiguren

Die oben angegebenen Tautologien haben spezielle Bezeichnungen erhalten, die in der Regel mit dem Namen des logischen Schlusses identisch sind, dessen Grundlage sie bilden. Eine Sonderrolle nimmt die Abtrennungsregel (4.2) ein. Streng genommen benötigt man jeweils die Abtrennungsregel, um aus den anderen Tautologien logische Schlüsse aufzubauen, wie wir das mit den Punkten I. bis IV. für ein Beispiel getan haben. Am Beispiel des indirekten Beweises wollen wir noch einmal das Zusammenwirken einer speziellen Tautologie mit der Abtrennungsregel demonstrieren.

- I. Man betrachtet eine Aussage  $q$ , von der man weiß, daß sie wahr ist, und beweist, daß die Implikation  $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$  eine wahre Aussage darstellt.
- II. Nach Tabelle 4.4 ist  $(q \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})) \rightarrow p$  eine Tautologie, also eine stets wahre Aussage.
- III. Demzufolge ist auch  $(q \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})) \wedge ((q \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})) \rightarrow p)$  als Konjunktion wahrer Aussagen wiederum wahr.
- IV. Auf Grund der Abtrennungsregel [Tautologie (4.2)] können wir mit  $s = q \wedge (\bar{p} \rightarrow \bar{q})$  und  $t = p$  auf die Wahrheit der Aussage  $p$  schließen.

Da dieses Vorgehen sehr aufwendig ist und darüber hinaus auch die Übersichtlichkeit bei komplizierteren Schlüssen nicht mehr gegeben ist, hat man ein Schema entwickelt, mit dem man die logischen Schlüsse übersichtlich darstellen kann. In der Darstellung dieses Schemas sprechen wir von logischen Schlußfiguren, die wie folgt aufgebaut werden (Tabelle 4.6):